

## 非対称二重障壁構造を連結した四重障壁構造の 共鳴トンネル現象の解析

根津 浩倫\* 大橋 祐介\* 篠 競\* 山本 弘明\*

### Theoretical Study of Resonant Tunneling in Novel Quadruple-Barrier Structure Constructed by Two Asymmetrical Double-Barrier Units

Hirofumi NEZU\* Yusuke OHASHI\* Kisou SHINO\* and Hiroaki YAMAMOTO\*

(Received January 31, 2007)

Resonant tunneling is studied theoretically for novel quadruple-barrier structures with asymmetrical double-barrier unit. Analytical expressions for the transmission coefficient and the resonance condition are derived. It is obtained that the resonance condition leads to two independent resonance levels. The procedure of constructing a resonant tunneling quadruple-barrier structure is shown.

**Key words :** Resonant tunneling, Probability density, Transmission coefficient, Resonance condition, Quadruple-Barrier structure

#### 1. まえがき

近年、情報産業の発展にともない大量の情報を高速に処理する必要性が高まってきた。その社会的要請に応えるためにハードウェアの視点からは集積回路の高速化、高密度化が進められてきた。これは半導体デバイスの微細化によって実現されてきたが、デバイスの設計サイズがナノメートルサイズに及ぶと、電子の波動性による量子効果がデバイスの動作に影響するようになった。また、従来の半導体デバイスの微細化にも限界が見えはじめ、ムーアの法則と呼ばれる半導体デバイスの微細化・高速化の実現も困難になってきている。今後、社会の高度情報化はさらに加速し、それにもなると伝送される情報量は増大し、高速でより高性能、高機能な半導体デバイスはますますその重要性を増していく。このような社会的背景のもとに、量子効果を用いた量子効果デバイスは室温でも動作可能であり、高速なテラヘルツ領域における動作など、従来の半導体デバイスでは得られない特性を得ることが可能であると考えられ、積極的にその研究が遂行されて

きた。この量子効果デバイスの例として共鳴トンネルダイオードや共鳴トンネルトランジスタがある。

量子効果の一つにトンネル現象がある。これは、電子のエネルギーが障壁のポテンシャルよりも低いときに障壁を透過する確率が1未満の有限値を示すというものであり、古典力学では説明できない現象である。この現象が起きる理由は電子が粒子性と波動性を持つからである。特に、障壁構造が単一障壁を複数並べた多重障壁構造において、障壁構造に入射する電子のエネルギーが障壁によってできた量子井戸の電子のエネルギー固有値と一致するとき、電子が障壁構造を透過する確率が1になる共鳴トンネル現象が注目されてきた。

ここ20年に渡って超格子構造を利用する量子効果デバイスの研究が盛んに行われてきた。これは、情報化社会の発展を支え得る超高速・多機能デバイスの一分野として注目されてきたためである。その中で、ナノメートルサイズの多層膜で生ずる共鳴トンネル現象に関する研究の出発点は1969年のKaneの理論解析と見なされている<sup>[1]</sup>。実験に関しては、1973年のTsuとEsakiによるGaAs/AlGaAs系に対するパイオニア的報告がある<sup>[2]</sup>。その後も二重障壁構造に対しては活発に研究が進められてきている。

続いて、井戸間の相互作用が現れる対称矩形三重障

\*大学院工学研究科情報・メディア工学専攻

\*Information Science Course, Graduate School of  
Engineering

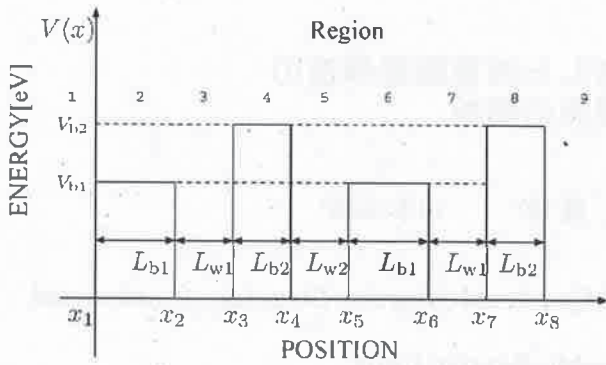


図 1: 非対称二重障壁構造を連結した四重障壁構造

障壁構造が報告され<sup>[3-6]</sup>, 1990年には, 二つの独立した共鳴条件が得られるという画期的な対称矩形四重障壁構造の提案とその理論解析が報告された<sup>[7]</sup>. 一つは外部井戸に依存する共鳴条件であり, 他方は中央井戸と外部井戸との相互作用によって生ずることが電子の波動関数を調べることによって1993年に解明された<sup>[8]</sup>. 一方, 四重障壁構造に対するトンネル時間の実験的研究がその翌年に報告され<sup>[9]</sup>, また, 設定した共鳴準位に対する障壁構造を決定する方法も報告された<sup>[10]</sup>. その後は, 解析の労力と9層からなる多層膜作製上の問題からか研究はほとんど行われていないようである<sup>[11]</sup>.

今回, 新しい非対称矩形四重障壁構造 (非対称矩形二重障壁構造を縦属接続した構造) を提案し, その共鳴トンネル特性の理論解析を遂行する. 理論結果から, GaAs/AlGaAs系で数値計算を行って特性の概要を把握して, 共鳴構造の設計法・電子の確率密度から実際の応用面に対する知見を得ることとする.

## 2. 透過係数の理論解析式

### 2.1 透過係数の理論解析式

図1に示すような非対称二重障壁構造を連結した四重障壁構造において,  $x$ 軸の負方向から正方向に向かって, エネルギー  $E$  の電子が飛来する場合のトンネル現象を考察する. 電子の有効質量  $m^*$  は全領域において一定とする. この構造においてシュレーディンガー方程式は次式で与えられる.

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\psi_j(x)}{dx^2} + (V_j - E)\psi_j(x) = 0 \quad (1)$$

各物理量及び物性定数は以下のとおりである.

- $\psi_j(x)$  : 領域  $j$  における波動関数
- $m^*$  : 電子の有効質量
- $V_j$  : 領域  $j$  のポテンシャル
- $L_j$  : 領域  $j$  の幅

$E$  : 電子のエネルギー

$\hbar$  : プランク定数 ( $\hbar \equiv h/2\pi$ )

式(1)より, 各領域でのシュレーディンガー方程式の一般解は次式で表される.

$$\psi_j(x) = A_j e^{ik_j x} + B_j e^{-ik_j x} \quad (j = 1, \dots, 9) \quad (2)$$

ここで, 各領域における  $k_j$  は,

$$k_j = \frac{\sqrt{2m^*(E - V_j)}}{\hbar} \quad (E > V_j)$$

$$k_j = i \frac{\sqrt{2m^*(V_j - E)}}{\hbar} \equiv ik_j \quad (E < V_j)$$

と表される. 式(2)において  $A_j, B_j$  は波の振幅で,  $x$  に依存しない定数である. 波動関数とその導関数が境界で連続であることを考えて,

$$\psi_j(x_j) = \psi_{j-1}(x_j) \quad (3)$$

$$\frac{1}{m_j^*} \frac{d\psi_j(x)}{dx} \Big|_{x=x_j} = \frac{1}{m_{j+1}^*} \frac{d\psi_{j+1}(x)}{dx} \Big|_{x=x_j} \quad (4)$$

という境界条件を課す. この境界条件から得られる隣合う領域における振幅の関係式をトランスフォーマートルクス法を用いて表現する.

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = R_j \begin{bmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで,  $R_j$  は2行2列の行列であり次式で与えられる.

$$R_j = \frac{1}{2k_j m_{j+1}^*} \begin{bmatrix} (k_j m_{j+1} + k_{j+1} m_j) e^{i(-k_j + k_{j+1})x_j} & \\ (k_j m_{j+1} - k_{j+1} m_j) e^{i(k_j + k_{j+1})x_j} & \\ (k_j m_{j+1} - k_{j+1} m_j) e^{i(-k_j - k_{j+1})x_j} & \\ (k_j m_{j+1} + k_{j+1} m_j) e^{i(k_j - k_{j+1})x_j} & \end{bmatrix}$$

式(5)より, 第1領域と第9領域における波動関数の振幅に対して,

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = R_1 R_2 \dots R_8 \begin{bmatrix} A_9 \\ B_9 \end{bmatrix} \quad (6)$$

が成立する. 式(6)において  $B_9 = 0$  とし,  $\frac{A_9}{A_1}$  を求め,  $\frac{|A_9|^2 \hbar k_9}{|A_1|^2 \hbar k_1}$  より電子の透過係数  $T$  を求めると次式が得られる.

$$T = [1 + 2 \{ A_{b1}(A_{b1} + 1) + A_{b2}(A_{b2} + 1) + 4A_{b1}A_{b2}(A_{b1} + 1)(A_{b2} + 1) + 2\sqrt{A_{b1}(A_{b1} + 1)A_{b2}(A_{b2} + 1)} \times (2A_{b1} + 1)(2A_{b2} + 1) \cos \theta_1 + 4A_{b1}(A_{b1} + 1)A_{b2}(A_{b2} + 1) \cos^2 \theta_1 \} (\cos \theta_2 + 1)]^{-1}$$

$$A_j = \frac{k_1^2 - \kappa_j^2}{4k_1 \kappa_j} \sinh^2(\kappa_j L_{b_j}) \quad (E < V_{b_j})$$

$$A_j = \frac{k_1^2 - k_{2j}^2}{4k_1 k_{2j}} \sinh^2(k_{2j} L_{b_j}) \quad (E > V_{b_j})$$

$$j = 1, 2$$

ここで  $\theta_j$  は各井戸における特徴位相差であり,

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \phi_1 + \phi_2 + 2k_1L_{w1} \\ \theta_2 &= 2k_1L_{w2} + 2\phi_3 \\ \phi_j &= \arctan\left(\frac{k_1^2 - \kappa_j^2}{2k_1\kappa_j} \tanh(\kappa_j L_j)\right) \quad (E < V_{bj}) \\ \phi_j &= \arctan\left(\frac{k_1^2 + k_{2j}^2}{2k_1k_{2j}} \tan(k_{2j} L_j)\right) \quad (E > V_{bj}) \\ j &= 1, 2 \\ \phi_3 &= \arctan\left(\frac{\sin(\phi_1 + \phi_2 + L_{w1}) - r_1 r_2 \sin(L_{w1})}{\cos(\phi_1 + \phi_2 + L_{w1}) + r_1 r_2 \cos(L_{w1})}\right) \\ T_L &= \sqrt{1 - T_L} \\ T_R &= \sqrt{1 - T_R}\end{aligned}$$

また,  $(1 + A_{bj})^{-1}$  は各障壁をそれぞれ単一障壁としてみた場合の透過係数である.

$$\begin{aligned}T_L &= \frac{1}{1 + A_{b1}} \\ T_R &= \frac{1}{1 + A_{b2}}\end{aligned}$$

ここで, 非対称二重障壁構造における透過係数  $T_a$  の理論解析式

$$\begin{aligned}T_a &= \left[ T_L^{-1} T_R^{-1} + (T_L^{-1} - 1)(T_R^{-1} - 1) \right. \\ &\quad \left. + 2\sqrt{T_L^{-1}(T_L^{-1} - 1)T_R^{-1}(T_R^{-1} - 1)} \cos \theta_1 \right]^{-1} \quad (7)\end{aligned}$$

を用いると, 四重障壁構造の透過係数の理論解析式は

$$T = \left[ 1 + 2T_a^{-1}(T_a^{-1} - 1)(\cos \theta_2 + 1) \right]^{-1} \quad (8)$$

とかける.

## 2.2 共鳴条件

四重障壁構造において透過係数が 1 となる条件を求める. 全節で求めた透過係数の理論解析式より

$$T_a = 1 \quad (9)$$

または

$$\cos \theta_2 = -1 \quad (10)$$

のとき, 式(8)の右辺の値は 1 となる. 式(9)は非対称二重障壁の共鳴条件であり, この条件の中には中央井戸  $L_{w2}$  の項が含まれていない. そのためこの条件による共鳴は外側井戸によって共鳴がおき, 中央井戸  $L_{w2}$  は共鳴に関係せず, 非対称二重障壁構造が二つ並んだ構造として電子が透過するものと考えられる. 式(10)は四重障壁構造にすることで新しく得られた共鳴条件であり, 外側井戸, 中央井戸の項が含まれている. したがって, 中央井戸と外側井戸のカップリングによっ

て共鳴が起きる. 四重障壁構造としての共鳴条件である. 式(10)より複数の完全共鳴が得られると考えられる. これは従来の対称四重障壁構造の特徴であり, 非対称二重障壁構造を連結した四重障壁構造は全体として非対称形になるが, その性質が維持されることが分かる. また, この二つの共鳴条件は独立した共鳴条件であり, 任意に指定可能な共鳴エネルギーが二つ存在すると考えられる.

## 2.3 共鳴構造決定

本節では, 共鳴時における四重障壁構造の構造決定法について述べる. 以下に, 四重障壁構造の完全共鳴構造決定の手順を示す.

1. 構造を構成する半導体を設定すると, 各領域のポテンシャルの値が決まる.
2. 共鳴エネルギー値  $E_{res1}$  と第一障壁幅  $L_{b1}$  を指定する.
3. 式(7), (9)から第二障壁幅  $L_{b2}$  と外側井戸幅  $L_{w1}$  が求まる.
4.  $E_{res2}$  を指定すると式(10)から中央井戸幅  $L_{w2}$  が求まる.

この手順を用いて決定した四重障壁構造のパラメータ値を表 1 に示す. 四重障壁構造は GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As/GaAs/Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As/GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As/GaAs/Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As/GaAs 構造を想定した場合, 各領域のポテンシャルは, GaAs については  $V_j=0.0$ [eV], 第一障壁の Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As については  $V_{b1}=0.3$ [eV], 第二障壁の Al<sub>0.4</sub>Ga<sub>0.6</sub>As については  $V_{b2}=0.4$ [eV] と決まる(手順 1). 続いて, 完全共鳴エネルギー値  $E_{res1}$  を  $0.1$ [eV], 第一障壁幅  $L_{b1}=4.0$ [nm] を指定すると(手順 2), 式(7), (9)から第二障壁幅  $L_{b2}=3.148$ [nm], 外側井戸幅  $L_{w1}=4.904$ [nm] が求まる(手順 3). さらに  $E_{res2}=0.2$ [eV] と指定すると式(10)から中央井戸幅  $L_{w2}=7.937$ [nm] が求まる(手順 4). 以上で求めた値を表 1 にまとめて示す. この値に対する構造におけるトンネル透過係数のエネルギー依存性は図 2 のようになる. 図より, 指定したエネルギー値  $E_{res1} = 0.1$ [eV],  $E_{res2} = 0.2$ [eV] において完全共鳴が起こっていることがわかる. また  $E_{res1} = 0.1$ [eV] に非常に近いエネルギー値においても透過係数が 1 になるスペクトルが存在する. これはダブルレットと呼ばれ, 多重障壁構造に見られる現象である.

以上, 電子の透過係数のエネルギー変化の考察には, 両方の障壁のポテンシャルよりも共鳴エネルギーが低い場合を扱った. 次に, 片方の障壁よりも高い ( $V_{b1} < E < V_{b2}$ ) 共鳴エネルギー  $E_{res3}$  を指定する方

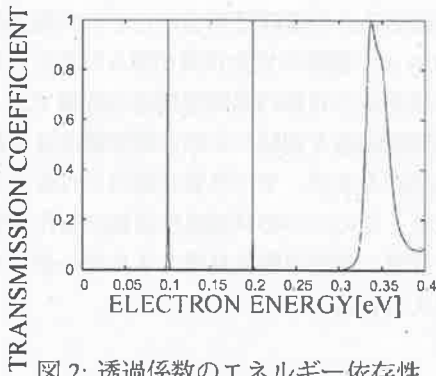


図 2: 透過係数のエネルギー依存性

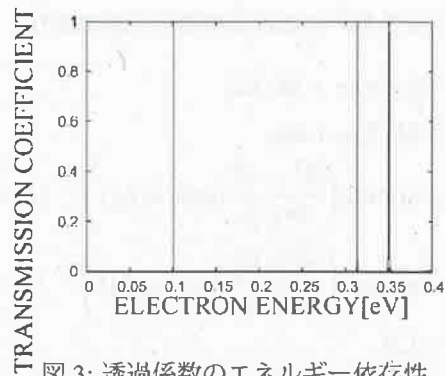


図 3: 透過係数のエネルギー依存性

法について述べる。先ほどと同様に任意の共鳴エネルギーを指定した場合の障壁構造の設計法は以下のようになる。

1. 構造を構成する半導体を設定すると、各領域のポテンシャルの値が決まる。
2. 共鳴エネルギー値  $E_{res3}(V_{b1} < E_{res3} < V_{b2})$  を指定することにより、第一障壁の幅  $V_{b1}$  が決定される。
3. 共鳴エネルギー値  $E_{res1}$  を指定することにより、第二障壁幅  $L_{b2}$  と外側井戸幅  $L_{w1}$ 、中央井戸幅  $L_{w2}$  が求まる。

この手順を用いて決定した四重障壁構造のパラメータ値を表 2 に示す (障壁の高さ、共鳴エネルギー値は先例と同様とする)。この値に対する構造におけるトンネル透過係数のエネルギー依存性は図 3 のようになる。図より、指定したエネルギー値  $E_{res1} = 0.1[eV]$ 、 $E_{res2} = 0.35[eV]$  において完全共鳴が起こっていることがわかる。

表 1: 四重障壁構造における完全共鳴構造の各パラメータ値 ( $E_{res} < V_{b1} < V_{b2}$ )

$L_{b2}[nm]$	$L_{w1}[nm]$	$L_{w2}[nm]$
3.148	4.904	7.937

表 2: 共鳴エネルギーの値が片方の障壁よりも高いときの完全共鳴構造の各パラメータ値 ( $V_{b1} < E_{res} < V_{b2}$ )

$L_{b1}[nm]$	$L_{b2}[nm]$	$L_{w1}[nm]$	$L_{w2}[nm]$
10.952	8.800	4.925	4.293

### 3. 確率密度

電子の確率密度分布を考える。第一領域における入射波の振幅を基準としたときの電子の存在確率は

$$P_j(x) = \frac{|\psi_j(x)|^2}{|A_1|^2}$$

となる。ここでは先ほどのモデルを用いて、完全共鳴時の電子の確率密度分布を求め、電子の閉じ込め現象を解析する。

まず、表 1 のパラメータに対する確率密度分布を調べる (図 4-8)。図 4 は完全共鳴時における確率密度分布である。透過係数  $T = 1$  であり、入射領域において反射波が存在しない。電子のエネルギーが低いため、中央井戸において極めて強い電子の閉じ込めがおきていることが確認できる。図 5 は指定した  $E_{res1}$  における電子の確率密度である。このときの透過係数  $T$  は 1 であるため、入射領域において反射波は存在せず電子が外側井戸に強く閉じ込められていることが確認できる。また、中央井戸  $L_{w2}$  において電子の確率密度が 1 になっている。これは、電子が四重障壁構造を透過する際に二重障壁構造が二つ連結したものと透過しており、中央井戸において左側の二重障壁構造の透過波だけが存在しているからである。図 6 は図 5 と非常によく似た確率密度分布になっている。これは、二重障壁構造の共鳴エネルギーに近い値であり、その共鳴の仕方も似ている。外部井戸において大きな電子の閉じ込めがおきているが、中央井戸においても電子の閉じ込めがおきている。この共鳴スペクトルはダブルレットとよばれ、四重障壁構造の中央井戸と外部井戸がカップリングした結果で電子の閉じ込めが起き、共鳴状態になったと考えられる。図 7 は指定した  $E_{res2}$  における電子の確率密度である。この透過係数  $T$  は 1 であり、入射領域に反射波は存在せず、電子が中央井戸において強く閉じ込められていることがわかる。また、中央井戸における確率密度のピークの数 2 つあり、これは中

央井戸のエネルギー固有値の第二準位であることがわかる。図8は透過係数  $T = 1$  の完全共鳴であり、電子の閉じ込めが障壁全体にわたって起きている。四重障壁構造であるため得られた共鳴であり、左右で電子の閉じ込めの強さが異なっている。

次に、表2のパラメータに対する確率密度分布を調べる(図9-図12)。図9は、外側井戸 ( $E_{res1}$ ) における共鳴である。障壁の幅が広いために図5と比較すると強い電子の閉じ込めがおきている。図10、図11は共鳴レベルが障壁の高さよりも高い ( $V_{b1} < E_{res} < V_{b2}$ ) 場合の電子の確率密度分布である。図11の場合は第一障壁において干渉条件を満たしているため障壁を透過し、他の三つの障壁を三重障壁構造として透過している。図12は図11の拡大図であり、左側の第一障壁と右側三つの障壁構造が独立した構造になっていることがわかる。

#### 4. むすび

非対称の二重障壁構造を連結した四重障壁構造における共鳴トンネル現象を解析した。透過係数の理論解析式を導出し、共鳴条件を示した。その結果、独立な共鳴条件が二つあり、非対称二重障壁構造の共鳴条件と四重障壁構造としての共鳴条件の二つが得られた。これは、障壁を透過するとき非対称二重障壁構造が二つ並んだ構造として電子が透過する場合と、四重障壁構造として透過する場合があることを示している。また、複数の完全共鳴が得られ、従来の四重障壁構造としての性質を維持していることがわかった。ポテンシャルの高さが異なる障壁を用いることにより、障壁の高さよりも低いエネルギーと高いエネルギーにおける共鳴エネルギー値を指定できることがわかった。

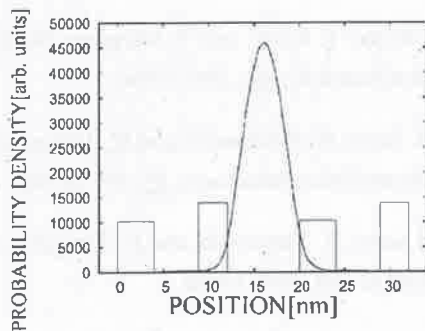


図4: 確率密度 ( $E = 0.052[eV]$ )

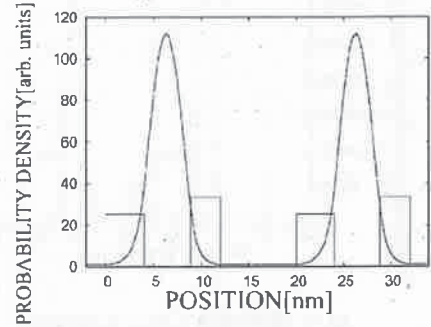


図5: 確率密度 ( $E = 0.1[eV]$ )

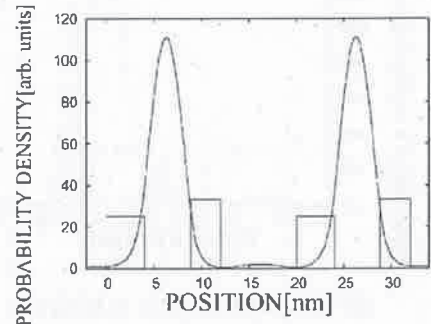


図6: 確率密度 ( $E = 0.1003[eV]$ )

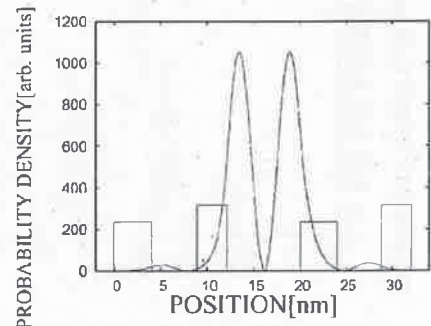


図7: 確率密度 ( $E = 0.2[eV]$ )

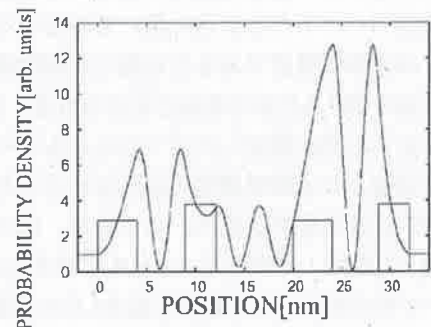


図8: 確率密度 ( $E = 0.34[eV]$ )

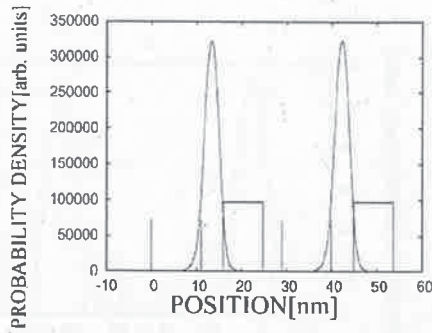


図 9: 確率密度 ( $E = 0.1$  [eV])

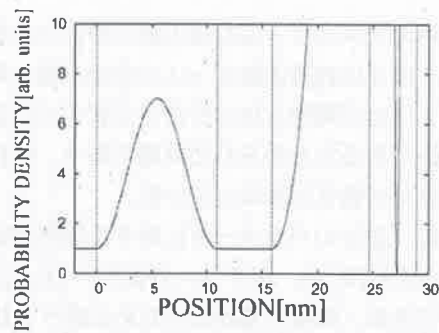


図 12: 図 11 の確率密度の拡大図

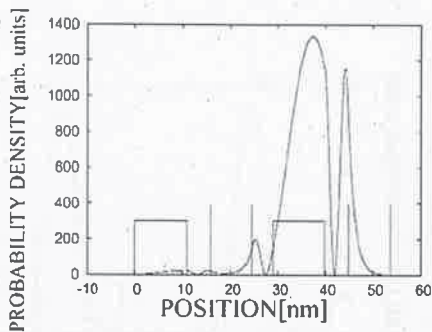


図 10: 確率密度 ( $E = 0.313$  [eV])

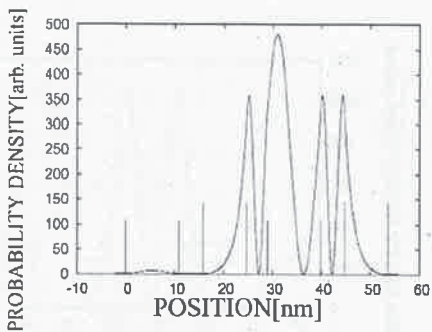


図 11: 確率密度 ( $E = 0.35$  [eV])

電子のエネルギーがどの障壁の高さよりも低い場合には、透過スペクトルは非常に鋭いものが得られた。これは、四重障壁構造であるため電子が障壁構造の影響をより強く受けるためであると考えられる。さらに、共鳴条件から任意に指定した二つのエネルギー値において完全共鳴となる障壁構造の設計法を示した。これは本研究の重要な研究成果の一つである。電子の確率密度を調べた結果、外側の井戸で共鳴が起きる場合(外側の井戸でのみ閉じ込めが起きる場合)と四重障壁構造全体で電子の閉じ込めが起きる場合があることがわかった。

以上の結果より、本研究の対象構造である非対称二

重障壁構造を連結した四重障壁構造は、全体的に鋭い透過スペクトルと共鳴エネルギーを独立に二つ指定できるという特性を持つことから、電子の透過スペクトルを利用する透過エネルギー選択に対するフィルタなどに有用であると考えられる。

#### 参考文献

- [1] E.O. Kane, Tunneling Phenomena in Solids, p. 1 (Plenum, 1969)
- [2] R. Tsu and L. Esaki, Appl. Phys. Lett. **22**, 588 (1973)
- [3] M. C. Payne, J. Phys. C, **18**, L879 (1985)
- [4] T. Nakagawa, H. Imamoto, T. Kojima, and K. Ohta, Appl. Phys. Lett. **49**, 73 (1986)
- [5] H. Yamamoto, Y. Kanic, and K. Taniguchi, Phys. Stat. Solidi b, **167**, 571 (1991)
- [6] 荒川正和, 山本弘明, 田中寛, 山田徳史, 電子情報通信学会論文誌, **J85-C**, 374 (2002)
- [7] H. Yamamoto, Y. Kanic, and K. Taniguchi, Phys. Stat. Solidi b, **162**, K25 (1990)
- [8] H. Yamamoto, H. sano, Y. Kanic, and K. Taniguchi, Superlattices and Microstructures, **13**, 29 (1993)
- [9] T. Waho, T. Koch, and T. Mizutani, Superlattices and Microstructures, **16**, 205 (1994)
- [10] H. Sano, H. Yamamoto, and K. Taniguchi, Superlattices and Microstructures, **15**, 433 (1994)
- [11] H. Sano, H. Yamamoto, and K. Taniguchi, Phys. Stat. Solidi b, **195**, 407 (1996)