

## 遷音速フラッタ制御時のリミットサイクル振動 — 数値解析予測と風洞試験実証 —

松下 洸\* 八田 淳\*\* 齊藤 健一\*\*\*

### Limit Cycle Oscillation in Controlled Transonic Flutter — Numerical Analysis Prediction and Wind Tunnel Test Verification —

Hiroshi MATSUSHITA\*, Jun HATTA\*\* and Kenichi SAITOH\*\*\*

(Received January 31, 2007)

The wind tunnel test was carried out with great care obtaining successfully limited numbers of LCO data at dynamic pressures above the open loop flutter point. After confirming a flutter dynamic pressure of the controlled wing, we tried to excite the wing by a leading edge control surface oscillation at three different dynamic pressures in between the open and the closed loop flutter dynamic pressure. Even though the control might have lost the effectiveness due to large amplitude of LCO and resulting amplitude might have broken the wing seriously, we have succeeded in getting smaller amplitude of LCO. Adjusting the mathematical model to new wind tunnel test data, the model could predict the closed loop bifurcation that shows good correspondence to the test data.

**Key Words :** Transonic Flutter, Active Flutter Control, Limit Cycle Oscillation, Bifurcation

#### 1. 緒言

遷音速の飛行速度域ではフラッタは、衝撃波が剥離を伴って翼而上を移動することによる遷音速空気の非線形性のためにリミットサイクル振動(LCO)となることが知られている<sup>[1]~[3]</sup>。著者らは高アスペクト比翼模型に対して旧航空宇宙技術研究所(NAL, 現宇宙航空研究開発機構, JAXA)の遷音速風洞で実施した一連の遷音速風洞試験で観測された LCO の分岐現象のほとんどを説明できる非線形数学モデルを開発した<sup>[4]~[6]</sup>。遷音速フラッタの分岐線図は、風洞試験で観測されるものも数学モデルで予測されるものも、亜臨界ホップ分岐に分類される。それは LCO 型のフラッタが基準フラッタ動

圧よりも 10%も低い動圧でも生じうることを意味する<sup>[7]</sup>。

遷音速領域でフラッタ速度を効率的に高める方法が確立されれば航空機の性能を格段に高めることになる。この領域では飛行マッハ数に対してフラッタ動圧が急激に減少する遷音速ディップとして知られる現象があるからである<sup>[8]</sup>。フラッタに適用するアクティブ制御技術は性能劣化を伴わずにフラッタ速度を上昇させることができる点で、大変有望な技術である。著者らはモデルの不確かさに対してロバストな制御則を生ずる実用的な制御則設計法を提案した<sup>[9]</sup>。

制御則の評価のために著者らは連続法を用いた閉ループ分岐特性に対する評価手法をも開発した<sup>[6], [10]</sup>。しかしながらこの分岐線図の解析予測を実証する実験データはなかった。そこで 2005 年 4 月に JAXA の遷音速風洞で再度試験を実施する計画を立てた。

#### 2. 風洞試験で観測された遷音速フラッタの LCO と分岐

図 1 は高アスペクト比翼の風洞試験模型を示している。翼は図のハッチした部分に前縁舵面と後縁舵

\* 機械工学専攻

\*\* ブラザー工業(株)

\*\*\* 宇宙航空研究開発機構

\* Mech. Engg. Course, Grad. Schl. of Engg.

\*\* Brother Industries, Ltd

\*\*\* Japan Aerospace Exploration Agency

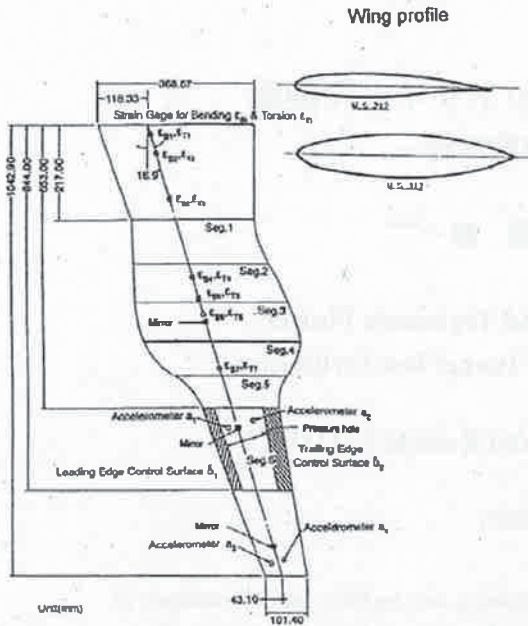


Fig. 1 High aspect ratio wing model

面を持つ。それらはアクティブフラッタ制御の研究に使われた<sup>19)</sup>。翼は拡大中央部を持ちそこに制御のための2組の舵面駆動用電動モータが装着されている。風洞試験による LCO の研究では前縁舵面を加振源として使用してその応答を翼のアルミ桁に取り付けた4個の加速度計と7組の曲げ・捩り歪ゲージで測定する。

NAL の遷音速風洞で実施した一連の風洞試験においてこの翼が典型的な遷音速フラッタを生ずることが判明した。翼は遷音速域でフラッタを生ずる最小の動圧を有し(遷音速ディップ現象)、フラッタは LCO となる。フラッタにおいて、マッハ数 0.8 で図 2 の最下段の時間履歴に示すように風洞内圧(すなわち動圧)を上げてゆくと、翼は同図最上段の時歴のようにある特定の動圧(基準動圧)において LCO 状態に飛び移る。(同図はアクティブ制御の結果<sup>6)</sup>を示して

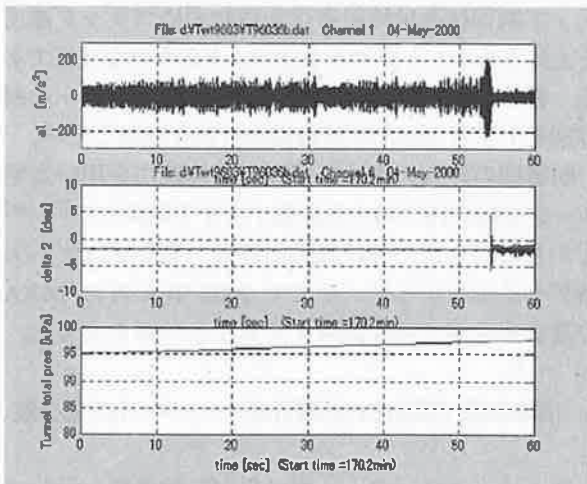


Fig. 2 Time history of nominal flutter occurrence during the increase of the wind tunnel pressure.

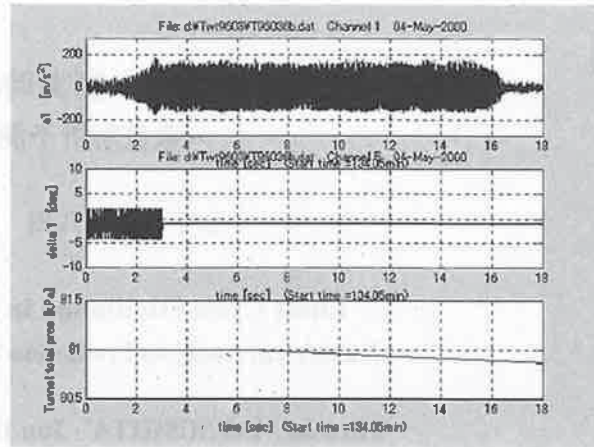


Fig. 3 Quasi-steady decrease of the dynamic pressure at the saddle-node bifurcation

いるので LCO は同図中段の時歴のように後縁舵面を操舵すると直ちに停止している。)

引き続き研究で明らかになったことは、基準フラッタ動圧より低い動圧であっても翼があるレベル以上に外乱によって励振されれば LCO 状態に入りうることである<sup>[11]</sup>。一旦 LCO 状態に入ると加振を止めても LCO が持続する。一旦入った LCO も風洞内圧をさらに低下させると停止安定状態に戻る。これらの現象は図 3 に示すように LCO が同図中段に示す前縁舵面の励振によって発生し、励振を止めても持続している。LCO は風洞内圧を準静的に減少しても持続し、ある動圧に達して初めて停止する。この停止点は亜臨界ホップ分岐の鞍・接点に対応する。

図 4 は風洞試験で見出されたこれらの現象を分岐線図としてまとめたもので、LCO 振幅を横軸に、動圧を縦軸に取って図示している。この図で安定境界、あるいは不安定リミットサイクルは多少ばらついていて境界の下の安定域が幾分狭い。翼面で発生する流れの剥離やそれによる風洞気流の乱れなどは実験的に得られる安定域を狭める。

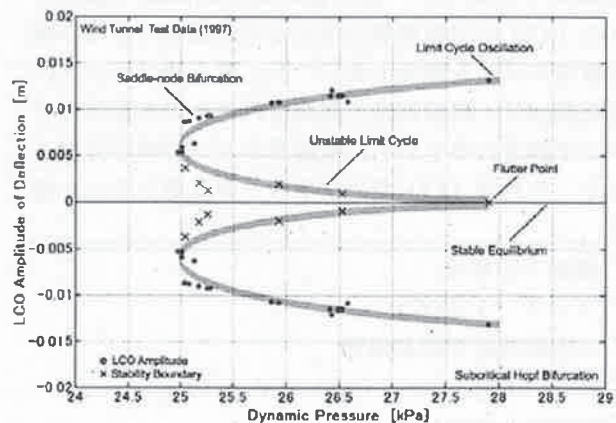


Fig. 4 Bifurcation diagram obtained from 1997 wind tunnel test

### 3. 遷音速フラッタの非線形数学モデルと開ループ分岐

著者らは遷音速フラッタの非線形数学モデルを一般空気力の減衰項に4次の非線形性を導入することで2モードの有限次数非線形微分方程式の形で導いた<sup>[4]</sup>。これを4モードに拡張することでシステムノイズ $w(t)$ を含む次のような14次の非線形微分方程式が得られた<sup>[5], [6], [12]</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \Delta A_{NL}x + Bu + Gw(t); \\ x &= [q^T \quad \delta_2^T \quad \dot{q}^T \quad \dot{\delta}_2^T \quad r^T]^T \in R^{14}; \\ u &= \delta_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $q$ は一般座標、 $r$ は非定常空気力の遅れを表す付加状態変数である。 $A, B, C$ は線形の通常のフラッタ解析で用いる行列で次の通りである。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 \\ 0 & -K_\delta & 0 & -C_\delta & 0 \\ B_{0q} & B_{0\delta} & 0 & 0 & \Lambda \end{bmatrix} \in R^{14 \times 14} \quad (2a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_q S_\delta K_\delta \\ K_\delta \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{14 \times 1} \quad (2b)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ I_5 \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{14 \times 5} \quad (2c)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_1 &= -M_q(K - A_{2q}), & A_2 &= M_q\{S_\delta K_\delta + A_{2\delta}\} \\ A_3 &= -M_q(B_c - A_{1q}), & A_4 &= M_q\{S_\delta C_\delta + A_{1\delta}\} \\ A_5 &= M_q \end{aligned} \quad (3)$$

および

$$\begin{aligned} M_q &= (M - A_{0q})^{-1} \\ S_\delta &= (S - A_{0\delta}) \end{aligned} \quad (4)$$

上記の方程式で、 $M, C, K$ はそれぞれ一般質量行列、一般構造減衰行列、一般剛性行列であり、 $A_2, A_1, A_0, B_0$ および $\Lambda$ は有限次元空気力学モデルを構成する<sup>[5]</sup>。

(1)式中の行列 $\Delta A_{NL}$ は非線形項を表し、次の形を持つ。

$$\Delta A_{NL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_q A_{1q} \Delta A_{NL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{14 \times 14} \quad (5)$$

$$\Delta A_{NL} = \begin{bmatrix} (\beta_1 \dot{q}_1^2 + \gamma_1 \dot{q}_1^4) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\beta_2 q_2^2 + \gamma_2 q_2^4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで(1,1)、(2,2)要素はそれぞれ曲げ変位および振り変位における空力減衰係数である<sup>[12]</sup>。

数学モデルを実験結果と比較するためには(1)式の状態変数を風洞試験で計測する出力変数に関係付ける出力方程式が必要である。翼の加速度 $a_1, a_2$ 、速度 $v_1, v_2$ および変位 $d_1, d_2$ という二組の測定変数と誘導変数が比較のためには十分であるから、出力方程式は測定ノイズを $v(t)$ として次の形をとる。

$$\begin{aligned} y &= Cx + Du + v(t) \\ y &= [a_1, a_2, v_1, v_2, d_1, d_2]^T \in R^6 \end{aligned} \quad (7)$$

上記 $C, D$ の係数行列については文献[12]を参照されたい。(1)式と(7)式が遷音速フラッタに対する非線形数学モデルを構成する。

Christiansen と Lehn-Schiøler は松下等の非線形数学モデル<sup>[4]</sup>に連続法(continuation method)を、プログラムパッケージを改訂することで適用した<sup>[14], [15]</sup>。連続法は4次精度のルンゲ・クッタ積分(固定時間間隔)を組み込んでいて、リミットサイクルの解をポアンカレ断面において制御パラメタ(本論文では動圧)の変化に対して連続的に求めることが出来る。連続法は従って一旦LCO振幅の1点が求まれば、不安定リミットサイクルも含めて連続的にポアンカレ断面をたどることが出来る。これによって滑らかな分岐線図が得られる。

非線形数学モデルの非線形項に含まれる2つのパラメタ $\beta, \gamma$ の値を、数学モデルが風洞試験結果とよい対応をする値になるように、連続法を用いて探索し、

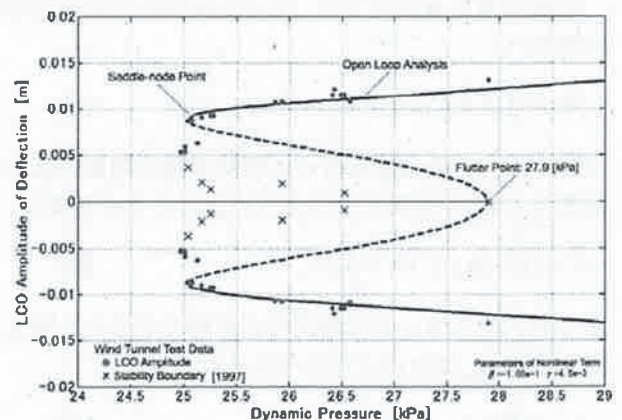


Fig. 5 Analytical bifurcation diagram based on 1997 wind tunnel test

$\beta = -1.05e^{-1}, \gamma = 4.5e^{-3}$ と求められた<sup>[5]</sup>. この結果得られた分岐線図を図5の実線(安定 LCO)および破線(不安定リミットサイクル)で示す. 図には風洞試験結果も示してある. 数学モデルと風洞試験結果の LCO の対応はきわめて良好で, LCO の振幅はほとんど一致していて鞍・接点の位置は正確に等しい. 不安定リミットサイクルに対してはまだ相違が残っていて, 数学モデルは不安定リミットサイクルの間に広い安定域があるのに対して風洞試験データは安定域が限られている. 前述のように, この相違の主たる理由はノイズの影響にあると思われる. 実際状況では本来安定な領域でも擾乱があると翼の振動を励起してしまい, 不安定な領域に飛び移らせて翼を LCO の状態に押し上げてしまうことはありうる.

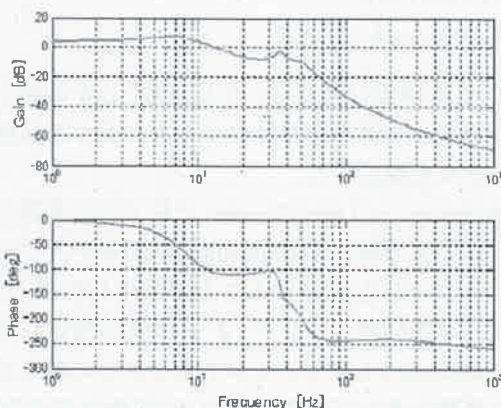


Fig. 6 Bode diagram of controller CT03-161

#### 4. ロバストフラッタ制御器と閉ループ分岐線図

##### 4.1 ロバスト制御器の設計

左規約分解手法に基づくロバスト安定制御設計<sup>[16]</sup>を対象翼模型に適用し, 残差法によって低次数化制御器を設計し, ロバスト性を持った制御器を得た<sup>[9], [17], [18]</sup>. 概要は以下の通りである.

制御対象の基準モデル  $P(s)$  を基準化左規約分解の形で

$$P(s) = (A, B, C, D) = M(s)^{-1} N(s) \quad (8)$$

と表すと, 不確定性を持った制御対象は加法的安定擾乱  $\Delta_M, \Delta_N$  の表現で次のように表すことが出来る.

$$\tilde{P} = (M + \Delta_M)^{-1} (N + \Delta_N) \quad (9)$$

$X, Y$  を代数リカッチ方程式の正定解とすると, 最大安定余裕  $\varepsilon_{\max}$  は次のように与えられる.

$$\varepsilon_{\max} = (1 + \lambda_{\max}(XY))^{-1/2} \quad (10)$$

ここで  $\lambda(XY)$  はハンケルノルムで  $\lambda_{\max}(XY)$  はその最大値である. 安定余裕  $\varepsilon$  を  $0 < \varepsilon < \varepsilon_{\max}$  のように選べば, 中心制御器  $K_1(s)$  はドイルの表現を用いて次のような形で与えられる.

$$K_1 = \begin{bmatrix} A_2 - B_1 B_1^T X + \varepsilon^{-2} W_r^T Y C_1^T C_1 & \varepsilon^{-2} W_r^T Y C_1^T \\ B_1^T X & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

ただし,

$$W_r = (1 - \varepsilon^{-2}) I + XY \quad (12)$$

(11)式で与えられる制御器は制御対象であるフラッタの数学モデルと同次数となるので次数の低減が必要である. 次数低減に残差法を用いることによって低次数制御器が得られ, 一般的に次のように表すことが出来る.

$$\dot{z} = Fz + Gy \quad (13)$$

$$u = Hz + Jy$$

こうして得られた制御器(記号で CT03-161)は NAI で風洞試験に使用されフラッタ速度を 10.9% 上昇させた<sup>[9]</sup>. 制御器のボード線図を図6に示した.

風洞試験では制御器に併せてアンチ・エリアシングフィルターを用いるとともに, 制御器を組み込んだ PC の前後に A/D, D/A 変換器を用いた. これらの数学モデルはそれぞれ次のように表現できる.

$$\dot{y}_1 = \omega_f y_1 - \omega_f y \quad (14)$$

$$\dot{y}_2 = -f_d y_2 - \dot{y}_1 + f_d y \quad (15)$$

これらの方程式で加速度出力  $y$  がフィルター出力  $y_1$  となり, さらに変換器出力  $y_2$  となる.

##### 4.2 閉ループ分岐線図

閉ループ系の分岐線図を解析する手順は連続法を用いることで開発することが出来る. 制御則(13)式を状態方程式(1)式に代入し, 出力方程式(7), アンチ・エリアシングフィルターと A/D 変換の数学モデル(14), (15)式を用いると閉ループ系に対する次の齊次方程式が得られる.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \tilde{A}_0 \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここでシステム行列は,

$$\tilde{A}_0 = \begin{bmatrix} A + \Delta A_{N1} & -BK_1 \\ K_2 C(\bar{q}) & A_r(\bar{q}) \end{bmatrix} \in R^{28 \times 28} \quad (15)$$

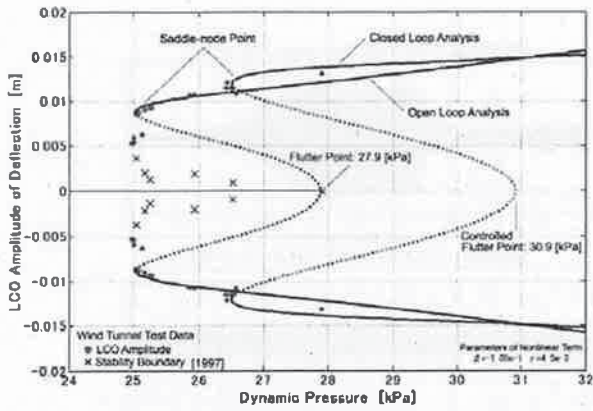


Fig. 7 Closed loop bifurcation diagram compared with

で、

$$A_c(\bar{q}) = A(\bar{q}) - B(\bar{q})K_1 - K_2C(\bar{q})$$

である。係数  $A(\bar{q})$ ,  $B(\bar{q})$ ,  $C(\bar{q})$  は設計動圧  $\bar{q}$  での値を取る。今や連続法が開ループ系と同様に適用することが出来る。図 7 は (14) 式で得られる閉ループ分岐線図に対する連続法による解析結果を示している。同図では開ループの線図も載せている。解析結果はロバスト制御器が開ループ分岐線図をより高い動圧に移動することを示している。しかし、鞍・接点の動圧の上昇はフラッタ点の上昇より幾分少なめである。

### 5. 閉ループ分岐の風洞試験による検証

#### 5.1 基準フラッタ試験

風洞試験を計画し 2005 年 4 月に JAXA の遷音速風洞において実施した。図 8 および 9 は風洞測定部に設置した翼模型とフラッタ制御の風洞試験機器の配



Fig. 8 Model installed in the wind tunnel test

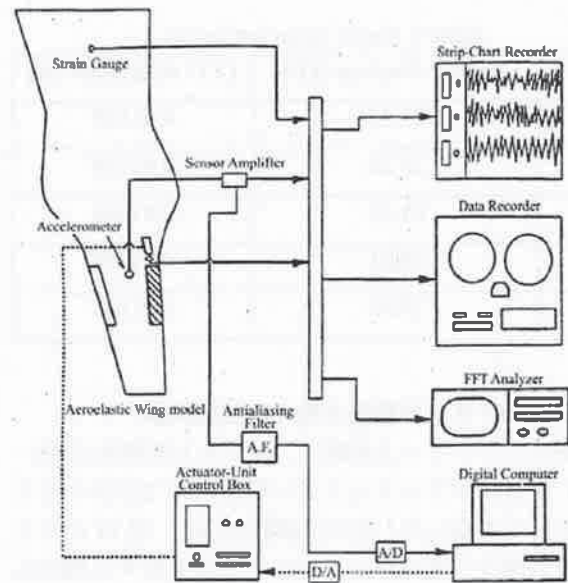


Fig. 9 Wind tunnel instrumentation for flutter control.

置を示す。2000 年 12 月に実施した前回の風洞試験から H 数が経過しているため模型特性の有無を確認するために基準開ループ試験をまず実施した。代表的な風洞試験時系列記録を図 10 に示す。上図に示した #1 の加速度計出力が下図に示した風洞内圧の上昇によって 2.5 秒を過ぎる時点で突然 LCO に入っている。表 1 には、試験中数回実施した基準フラッタ試験の結果の 一覧を示した。表には風洞内圧とマッハ数から求めた動圧を表示している。

1997 年の風洞試験での動圧 27.9kPa に比較すると表はすべて低い動圧でフラッタが発生していることを示している。前回の試験以来欲の表面を補修したためにフラッタ特性がわずかに変化している。今回の 2005 年試験では 26.0kPa を基準フラッタ動圧とする。

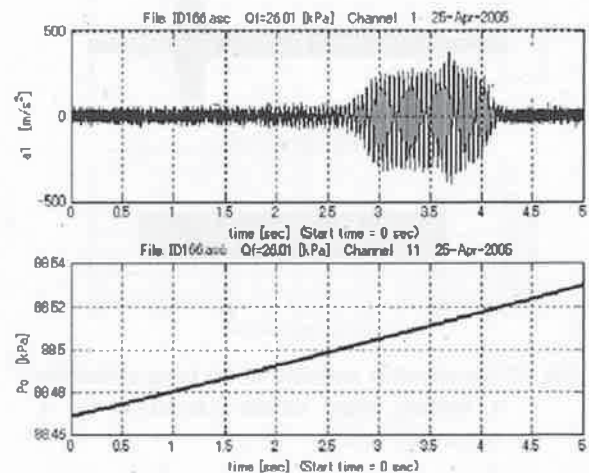


Fig. 10 Time history of accelerometer output and total pressure in wind tunnel

Table 1 Flutter point test results

| No. | Dynamic Pressure [kPa] | LCO Amplitude [m] |
|-----|------------------------|-------------------|
| 1   | 25.85                  | 0.01169           |
| 2   | 25.55                  | 0.01128           |
| 3   | 25.13                  | 0.01092           |
| 4   | 26.01                  | 0.01234           |
| 5   | 25.83                  | 0.01165           |

5.2 基準フラッタ動圧を超える加振試験

閉ループフラッタ試験を、ロバスト制御則 CT03-161 を基準フラッタより低い風洞内圧で印加するようにして実施した。その後風洞内圧を、図 11 に示すように閉ループフラッタが生ずるまで徐々に増加していった。確認した閉ループフラッタの動圧は 28.3kPa であった。

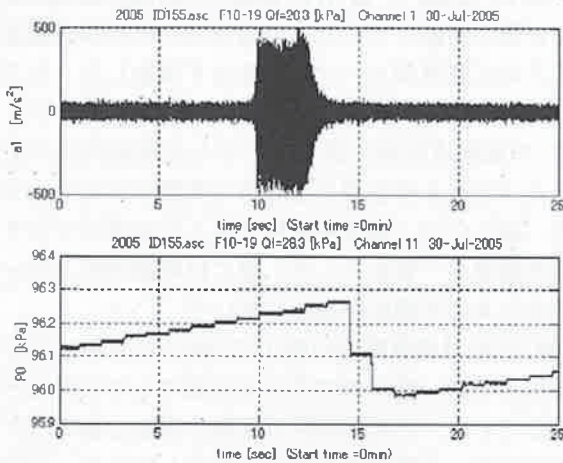


Fig. 11 Time history of flutter point test

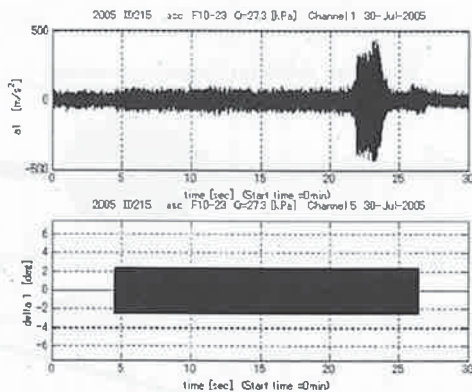


Fig. 12 Acceleration response of the wing caused by a leading edge surface excitation for a controlled flutter.

我々は次に基準フラッタ動圧を上回る動圧で加振試験を実施した。上記の閉ループフラッタ確認試験と同様、亜臨界動圧で制御を加え、準静的に風洞内

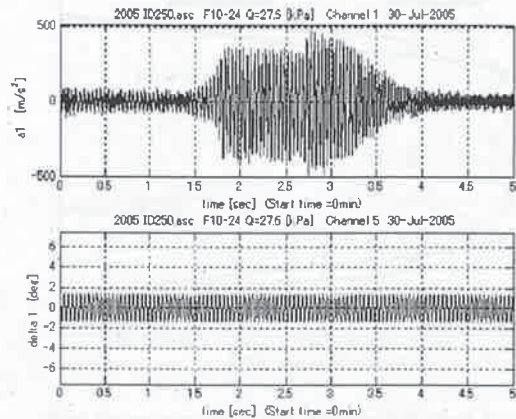


Fig. 13 Time history of LCO test (case: c)

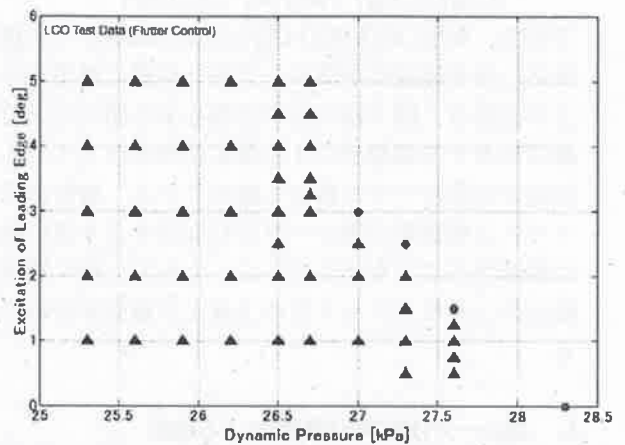


Fig. 14 LCO (flutter control) test result

圧を上昇させていく。その間、異なった風洞内圧でフラッタ周波数 22.4Hz の正弦波で前縁舵面を加振する。舵面加振の振幅は LCO が発生するまでステップ状に上げてゆく。一旦 LCO が発生したら、加振を停止して LCO が停止するか継続するかを観察する。試験で得られた典型的な結果を全体図として図 12 に、詳細図として図 13 に示す。それぞれの図で上図が前縁舵面を 2.5 度の振幅で加振したことによる加速度応答とした LCO を示している。LCO を確認した直後に、模型破損を防ぐために風洞測定部のフラッタ停止板を操作してフラッタを停止させている。図 14 にこうした試験の結果をまとめた。

LCO の加速度データを積分することで分岐線図の LCO 振幅を描くことが出来る。図 15 は閉ループ系に対する分岐線図を開ループ系のものとともに示している。制御されたシステムでは LCO は動圧 26.7kPa 以下では完全に抑制されている。図中の 3 組の三角印は分離線(separatrix), すなわち不安定リミットサイクルのわずかに外側の状態を示している。

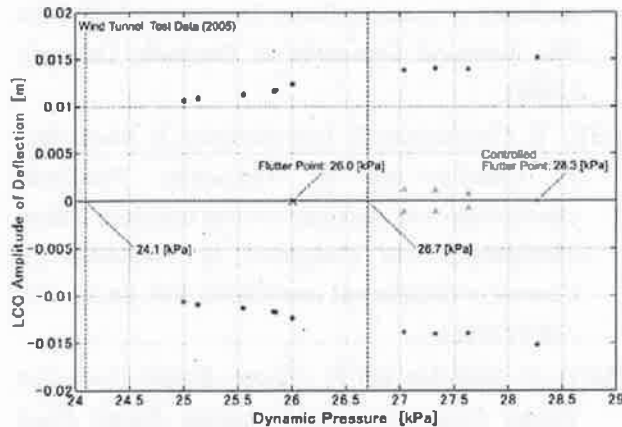


Fig. 15 Bifurcation diagram of 2005 wind tunnel

### 5.3 予知分岐の風洞試験による検証

数学モデルの自由パラメタを調整して、今回の風洞試験データに合致するように数学モデルを更新した。最終的に得られた分岐線図を図 16 に描いた。今回の閉ループフラッタ試験で得られた 3 点の試験データは数学モデルから解析的に得られた分岐線図の上に乗っている。

数学モデルに基づけば閉ループの分岐線図は図 17 のように描くことが出来る。図は解析結果が試験結果を見事に良く予測していることを示している。このことはフラッタ制御による閉ループ系に対する分岐線図解析方法が風洞実験で基本的に検証されたことを意味する。

## 5. 結言

開ループフラッタを上回る動圧において十分な注意を持って風洞試験を実施し、供試模型を破損することなく複数の貴重な試験データを取得することに

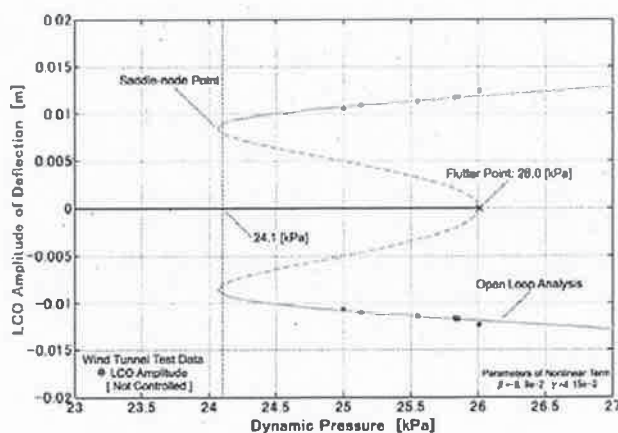


Fig. 16 Parameter adjusting on the bifurcation diagram,  
 $\beta=8.9e-2$ ,  $\gamma=4.15e-3$

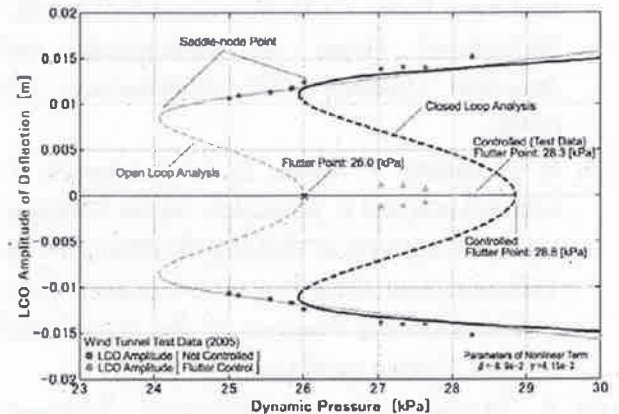


Fig. 17 Open loop and closed loop bifurcation diagram compared with 2005 test data

成功した。制御状態の翼のフラッタ動圧を実験的に確認した後に、開ループと閉ループのフラッタ動圧の間の異なる 3 点の動圧において、前縁舵面過信によって翼を励振することを試みた。大振幅の LCO によって制御性能が失われる可能性があり、その結果、翼に重大な破壊をもたらす可能性があったが、制御中の LCO フラッタの振幅は適度な振幅に留まった。

今回の風洞試験結果に適合するように調整した数学モデルに基づいて、風洞試験に使用したロバスト制御則を組み込んだシステムに対する閉ループ分岐を提案した手法で予測した。風洞試験で得られた 3 点の LCO は予測した分岐線図の LCO と良く一致した。さらに、制御されたフラッタの動圧についても、予測値は風洞試験結果と大変良い一致を示した。

## 参考文献

- [1] A. M. Cunningham, Jr.: Practical problem: airplanes. Chapter 3, *Unsteady transonic aerodynamics*, Nixon, D., ed., Progress in Astronautics and Aeronautics, 120, AIAA, pp 75-132 (1989).
- [2] E. H. Dowell: *Nonlinear Aeroelasticity. Flight-Vehicle Materials, Structures and Dynamics*, 5, Part II, Chapter 4, ASME, pp 213 - 239 (1993).
- [3] G. Schewe and H. Deyhle: Experiments on transonic flutter of a two-dimensional supercritical wing with emphasis on the non-linear effects. *Proceedings of the Royal Aeronautical Society Conference on "UNSTEADY AERODYNAMICS"* (1996).
- [4] H. Matsushita, K. Saitoh, and P. Gránásy: Two degrees-of-freedom nonlinear math model with

- fourth order nonlinear aerodynamics for transonic limit cycle flutter. *CEAS/AIAA/ICASE/NASA LaRC International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics 1999*, Williamsburg, US (1999).
- [5] H. Matsushita, T. Miyata, L. E. Christiansen, T. Lehn-Schiøler and E. Mosekilde: On the Nonlinear Dynamics Approach of Modeling the Bifurcation for Transonic Limit Cycle Flutter, *Proceedings of the 24th International Congress of the Aeronautical Sciences*, Toronto, pp 414.1 - 414.8 (2002).
- [6] T. Miyata, and H. Matsushita: Nonlinear Mathematical Modeling of a Transonic Flutter Phenomena Observed in the wind Tunnel Tests, *4th Asian-Pacific Conference on Aerospace Technology and Science*, Chongquig, China (2002)
- [7] H. Matsushita, T. Miyata, M. Kawai, and E. Mosekilde: Nonlinear Mathematical Modeling of Aircraft Wing Flutter in Transonic Range, *International Conference on Physics and Control*, St. Petersburg, Russia (2003).
- [8] K. Isogai: On the Transonic-Dip Mechanism of Flutter of a Sweptback Wing, *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 7, pp 793-795 (1979).
- [9] K. Saitoh, D. H. Baldelli, H. Matsushita, and M. Hashidate: Robust controller design and its experimental validation for active transonic flutter suppression. *Proceedings of CEAS International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics 1997*, Vol. II, Rome, pp 393-399 (1997).
- [10] H. Matsushita, T. Miyata and A. Fujimori: Possible Decrease in LCO Flutter Dynamic Pressure due to Robust Controller. *Proceedings of the 25th International Congress of the Aeronautical Sciences*, Yokohama, pp 5.10.3.1 - 8 (2004).
- [11] H. Matsushita, K. Saitoh, and P. Gránásy: Nonlinear characteristics of transonic flutter of a high aspect ratio wing. *Proceedings of 21st International Congress of the Aeronautical Sciences*, Melbourne, pp 1-7 (1998).
- [12] J. Hatta, K. Inamura and H. Matsushita: Four-Mode Modeling of Non-linear Characteristic of Transonic Flutter, *2004 KSAS-JSASS Joint Symposium on Aerospace Engineering*, Seoul (2004).
- [13] 八田淳：遷音速フラッタ制御に対する閉ループ分岐特性と風洞試験実証，福井大院機械工学専攻修士論文，(2006)
- [14] L. E. Christiansen and T. Lehn-Schiøler: Stochastic modeling of transonic flutter. Department of Physics, The Technical University of Denmark, Denmark (2000).
- [15] L. E. Christiansen, T. Lehn-Schiøler, E. Mosekilde, P. Gránásy and H. Matsushita: Nonlinear characteristics of randomly excited transonic flutter. *Mathematics and Computers in Simulation on Control of Oscillations and Chaos*, Vol. 58, pp 385 - 405 (2002).
- [16] D. C. McFarlen and K. Glover: *Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions*. Springer-Verlag (1990).
- [17] D. H. Baldelli, H. Matsushita, M. Hashidate, K. Saitoh, and H. Ohta: Flutter Margin Augmentation Synthesis Using Normalized Coprime Factors Approach. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 4, pp 803 - 811 (1995).
- [18] A. Fujimori, H. Matsushita, and K. Saitoh: Model Modification of Transonic Aerodynamic Force on a High Aspect Ratio Aeroelastic Wing and Its Active Flutter Suppression. *Proceedings of the 23rd International Congress of the Aeronautical Sciences*, Harrogate, UK (2000).